ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΤΑΣΤΑΡΙΟΥ ΣΧ.ΕΤΟΣ 2008-2009

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ - ΤΑΞΗ Β

ΘΕΜΑ 1ο. α) Έστω α, β, γ ακέραιοι. Να αποδείξετε ότι ισχύουν οι ακόλουθες ιδιότητες

α1) Αν α|β και β|γ, τότε α|γ. (Μον. 5)

α2) Αν α|β και α|γ, τοτε α|(β+γ). (Μον. 4)

β)Να χαρακτηρίσετε ως "Σωστό" ή "Λάθος" κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις

β1) $|\vec{\alpha}\,\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}|.|\vec{\beta}|$ για οποιαδήποτε διανυσματα $\vec{\alpha}\,,\vec{\beta}$

β2) Η ισότητα 377=17. 21 +20 είναι η ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης του 377 δια του 17

β3) Η ευθεία y=2009 έχει συντελεστή διεύθυνσης 0

β4) Αν $\vec{\alpha}\,.\vec{\beta}=\vec{0}$, τότε $\vec{\alpha}=\vec{0}$ ή $\vec{\beta}=\vec{0}$

β5) Αν α|(α+3) τότε οι πιθανές τιμές του α είναι -3,-1,1,3. (Μον. 10)

γ) Να αντιστοιχίσετε τις εξίσωσεις της πρώτης στήλης με το είδος τους στην δεύτερη στήλη :

	1. Υπερβολή με εστίες στον x'x
α. $y^2=10x$	2. Υπερβολή με εστίες στον y'y
	3. Παραβολή με εστία στον x'x
β. $9x^2+4y^2=25$	4. Παραβολή με εστία στον y'y
	5. Έλλειψη με εστίες στον x'x
γ. $y^2-x^2=2009$	6. Έλλειψη με εστίες στον y'y

(Μον. 6)

ΘΕΜΑ 2ο. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u}\,,\vec{v}$, που είναι τέτοια ώστε

$$|\vec{u}|=1,|\vec{v}|=2\;και\;\varphi=\frac{\pi}{3}\,,όπου\;\varphi\;η\;γωνία\;των\;\vec{u}\;και\;\vec{v}$$

Να υπολογίσετε

α) Το εσωτερικό γινόμενο των $\vec{u}\;και\;\vec{v}$ (Μον. 7)

β) Το **μέτρο** του διανύσματος $\vec{\alpha}=\vec{u}-2\vec{v}$ (Μον. 9)

και γ) Αν $\vec{\beta}$, διάνυσμα τέτοιο ώστε $2\vec{u}+3\vec{v}+\vec{\beta}=\vec{0}$, να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο των $\vec{\alpha}\;και\;\vec{\beta}$. (Μον. 9)

ΘΕΜΑ 3ο. Δίνονται τα σημεία Α(1,2), Β(3,-2) και Γ(7,0).

α) Να βρεθουν οι εξίσωσεις της πλευράς ΑΒ και της διαμέσου ΑΜ του τριγώνου ΑΒΓ (Μον. 10)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Β. (Μον. 8)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μον. 7)

ΘΕΜΑ 4ο. Δίνεται η εξίσωση

$$x^2+y^2+(4k-2)x+(2k+2)y-2k=0 \quad (1)$$

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) αποτελεί για κάθε τιμή του k, κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο Μ και την ακτίνα ρ. (Μον. 7)

β) Έστω C_1 και C_2 οι κύκλοι που προκύπτουν από την εξίσωση (1) για k=0 και k=1 αντιστοίχως

β1) Να βρείτε τα κέντρα M_1, M_2 και τις ακτίνες ρ_1, ρ_2 των κύκλων C_1, C_2 (Μον. 4)

β2) Να βρείτε την σχετική θέση των $C_1 \, και \, C_2$ (Μον. 7)

γ) Να αποδείξετε ότι τα κέντρα όλων των κύκλων με εξίσωση την (1) είναι σημεία μιας ευθείας , της οποίας να βρείτε την εξίσωση (Μον. 7)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Καταστάρι 26/5/2009

Ο Εισηγητής

Ν. Ζαφειρόπουλος