ΣΧ. ΕΤΟΣ 2009-2010

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1ου ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤ. ΚΑΙ ΤΕΧΝ. ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΑΞΗ Γ

19 / 10 / 2009

ΘΕΜΑ 1ο α) Να αποδείξετε οτι $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|, \forall\ z_{1,} z_2 \in \mathbb{C}$

(Μον. 10)

β) Να χαρακτηρίσετε ως σωστό ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

ι) $|iz| = i|z|, \forall\ z \in \mathbb{C}$

ιι) $|z|^2 = z^2, \forall\ z \in \mathbb{C}$

ιιι) Αν $z, v, w \in \mathbb{C}$ με z=v+iw , τότε Re(z)=v και Im(z)=w

ιν) Αν $z, w \in \mathbb{C}$, τότε $z \cdot w = 0 \Leftrightarrow z = 0\ ή\ w = 0$

ν) Ο συζυγής του $\bar{z} - 5\mathrm{i}w$ είναι ο $z + 5\mathrm{i}\,\bar{w}$

(Μον. 10)

ΘΕΜΑ 2ο Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί

$$z_1 = \frac{2 - 2\mathrm{i} + 3(1+i)}{1+i} \quad \text{και} \quad z_2 = i^{2004} + i^{2010} - i^{2027} + i^{2081}$$

α) Να γράψετε τους z_1, z_2 στην μορφή α+βi

(Μον. 10)

β) Αν M_1 , M_2 είναι οι εικόνες των μιγαδικών z_1, z_2 αντιστοίχως , στο μιγαδικό επίπεδο , να υπολογίσετε την απόσταση (M_1M_2)

(Μον. 10)

ΘΕΜΑ 3ο Αν $z \in \mathbb{C}$, με $(z+4)^{2010} - (2\mathrm{z}-4)^{2010} = 0$

α) Να δείξετε οτι |z+4|=2|z-4| (Μον. 6)

β) Να βρείτε την γραμμή πάνω στην οποία κινούνται οι εικόνες του z. (Μον. 7)

γ) Να βρεθούν, αν υπάρχουν, οι z με το μέγιστο και το ελάχιστο μέτρο. (Μον. 7)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ν.Ζαφειρόπουλος