ΤΑΞΗ Γ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
9 ΜΑΙΟΥ 2012

ΘΕΜΑ Α.

Α1. Έστω συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ. Αν η f είναι συνεχής στο Δ και $f'(x)=0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε η f είναι σταθερή σ' όλο το Δ

(Μον. 15)

Α2. Να χαρακτηρίσετε ως “Σωστό” ή “Λάθος” τις παρακάτω προτάσεις

i) Αν $\int_a^\beta f(x)dx>0$, τότε $f(x)\geq 0$, $\forall x\in[a,\beta]$

ii) Αν μία συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ, και x_0 εσωτερικό σημείο του Δ με $f''(x_0)=0$, τότε η φ παρουσιάζει καμπή στο x_0 .

iii) Αν f , g συναρτήσεις παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε και η συνάρτηση $f\circ g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 με $(f\circ g)'(x_0)=f'(g(x_0))\cdot g'(x_0)$

iv) Αν f συνάρτηση συνεχής στο [1,2] τότε $\left(\int_1^2 f(t)\frac{e^t}{t}dt\right)'=0$

v) Αν f συνάρτηση συνεχής στο $\mathbb{R}$ τότε $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\int_1^x f(t)dt}{x-1}=f(1)$

(Μον. 10)

ΘΕΜΑ Β. Έστω οι συναρτήσεις $h, f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με $h(x)=16x^3+3x+2012$

Β1. Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδικό $a\in\mathbb{R}$ τέτοιο ώστε $h(a)=0$

(Μον. 8)

Β2. Αν η f είναι “1-1”, να δείξετε ότι και η $g=h\circ f$ είναι “1-1”.

(Μον. 8)

Β3. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(0,f(0))$ έχει εξίσωση $y=x+a$, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της g στο σημείο $B(0,g(0))$

(Μον. 9)

ΘΕΜΑ Γ. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x)=x^2-8\ln x+a$, $a\in\mathbb{R}$, $x>0$

Γ1. Να δειχτεί ότι η f έχει ελάχιστο, το οποίο και να βρεθεί

(Μον. 6)

Γ2. Να μελετηθεί η f ως προς τα κοίλα

(Μον. 6)

Γ3. Να βρεθεί ο αριθμός a , ώστε $\int_1^e f(x)dx=0$

(Μον. 6)

Γ4. Να αποδειχτεί ότι $f(2012)+f(2010)>2f(2011)$

(Μον. 7)

ΘΕΜΑ Δ. Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν:

$$f''(x)=4e^{2x} \;,\; \forall x\in\mathbb{R}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x)=2 \quad \text{και}$$

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{f(x)}{x}=-2$$

Δ1. Να βρείτε τον τύπο της f

(Μον. 7)

Δ2. Να δείξετε ότι $e^{2x}-2x-1\geq 0 \;,\; \forall x\in\mathbb{R}$

(Μον. 6)

Δ3. Να δείξετε ότι η εξίσωση $e^{2x}-2x=2x^2+1$ έχει μία μόνο πραγματική ρίζα.

(Μον. 6)

Δ4. Αν $f(x)=e^{2x}-2x+1$, να δείξετε ότι η ευθεία $(\varepsilon): y=-2x+1$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της f στο $-\infty$ και να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται απ' την C_f, την (ε) και τις ευθείες $x=0$ και $x=-1$.

(Μον. 6)

Καλή Επιτυχία